

Transformaciones Rigurosas entre Sistemas Coordenados de Referencia: Aplicación al GPS (ITRF, WGS84) y GLONASS (PZ-90)

Tomás Soler

National Geodetic Survey, EE.UU.

Cuando se procesan observaciones del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) y del Sistema Global de Navegación por Satélites (GLONASS) los resultados aparecen expresados en varios marcos de referencia que se materializan de acuerdo a las efemérides satelitales empleadas en la reducción de los datos. En la actualidad, las órbitas de los satélites pueden obtenerse en los sistemas WGS84 o ITRF si se usa la constelación de satélites GPS y en el PZ-90 cuando se procesa información transmitida por los satélites de la constelación GLONASS. Este artículo introduce fórmulas rigurosas para transformar coordenadas y velocidades de puntos terrestres referidos a cualquier sistema coordenado. Las ecuaciones presentadas pueden ser útiles para comparar rigurosamente resultados finales obtenidos en distintas épocas y en distintos marcos de referencia.

Tomás Soler es el Jefe de la Sección de Posicionamiento Global del National Geodetic Survey de los Estados Unidos. Se graduó con el título de Master en Ingeniería Civil (M.S.C.E.) en la Universidad de Washington en Seattle, Washington, EE.UU. En 1977 obtuvo el doctorado en Ciencias Geodésicas en la Universidad del Estado de Ohio, Columbus, Ohio, EE.UU. Desde diciembre de 1977 trabaja en el National Geodetic Survey, donde ha investigado distintos problemas relacionados con la geodesia. El Dr. Soler ha sido Profesor Visitante en el Instituto Astronómico y Geofísico de la Universidad de São Paulo; la Universidad Federal de Paraná, Brasil; y la Escuela Cartográfica Internacional del Servicio Geodésico Interamericano. Además, ha presentado numerosos seminarios en diversas instituciones universitarias, federales, estatales y privadas, incluyendo países de América Latina (Brasil, Bolivia, México, Panamá, Perú, Puerto Rico, etc.). El Dr. Soler es también miembro fundador de la Junta de Consejería Editorial de GeoConvergencia.

“Innovación” es una columna regular orientada a discutir los avances recientes en las tecnologías geográficas y sus aplicaciones, así como los fundamentos de las mismas.

Los profesionales familiarizados con los métodos habituales de procesamiento de observaciones del Sistema de Posicionamiento Global (GPS), saben sobradamente que las coordenadas finales de los puntos observados siempre vienen expresadas en el sistema coordenado de las efemérides usadas durante la reducción de los datos de campo. Esto resulta ser una restricción impuesta por los modelos matemáticos implícitos en el software de los programas de reducción que habitualmente fijan de forma absoluta — excepto en el caso poco común de que se ajusten simultáneamente

Transformações Rigorosas entre Sistemas de Referência de Coordenadas: Aplicação ao GPS (ITRF, WGS84) e GLONASS (PZ-90)

Tomás Soler

National Geodetic Survey, EUA

Quando se processam observações do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e do Sistema Global de Navegação por Satélites (GLONASS) os resultados aparecem expressados em vários sistemas de referência que se materializam de acordo com as efemérides de satélites empregadas na redução dos dados. Na atualidade, as órbitas dos satélites podem ser obtidas nos sistemas WGS84 ou ITRF se se usa a constelação de satélites GPS e no PZ-90 quando se processa informação transmitida pelos satélites da constelação GLONASS. Este artigo apresenta fórmulas rigorosas para transformar coordenadas e velocidades de pontos terrestres referidos a qualquer sistema de coordenadas. As equações apresentadas podem ser úteis para comparar com rigor resultados finais obtidos em distintas épocas e em distintos sistemas de referência.

Tomás Soler é chefe da sucursal de Posicionamento Global para o National Geodetic Survey dos Estados Unidos. Ele graduou-se com o título de Mestre em Engenharia Civil (M.S.C.) na Universidade de Washington em Seattle, Washington, EE.UU. Em 1977 obteve seu doutorado em Ciências Geodésicas na Universidade do Estado de Ohio, Columbus, Ohio, EE.UU. Desde dezembro de 1977, Soler tem trabalhado para o National Geodetic Survey, EUA., onde tem investigado distintos problemas relacionados com a geodesia. O Dr. Soler foi Professor Visitante no Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo e na Universidade Federal de Paraná, Brasil; e na Escola Cartográfica Internacional do Serviço Geodésico Interamericano. Além disso, apresentou numerosos seminários em diversas instituições universitárias, federais, estatais e privadas, incluindo países da América Latina (Brasil, Bolívia, México, Panamá, Perú, Puerto Rico, etc.). Ele também é membro fundador do Comitê Editorial de GeoConvergência.

“Inovação” é uma coluna regular que apresenta debates sobre avanços recentes nas tecnologias geográficas e em suas aplicações, assim como sobre os fundamentos dos mesmos.

Os profissionais familiarizados com os métodos habituais de processamento de observações do Sistema de Posicionamento Global (GPS) sabem que as coordenadas finais dos pontos observados sempre vêm expressadas no sistema de coordenadas das efemérides usadas durante a redução dos dados de campo. Isto resulta numa restrição imposta pelos modelos matemáticos implícitos no software dos programas de redução que habitualmente fixam de forma absoluta — exceto no caso pouco comum de que se ajustem simultaneamente as órbitas— a posição dos

las órbitas— la posición de los satélites, es decir, sus efemérides. De igual forma, estos programas asumen que las coordenadas asignadas a la estación de referencia, que también se fija, se refieren al sistema coordinado de las efemérides de los satélites.

En estos momentos existen al alcance del usuario de las técnicas GPS y del Sistema Global de Navegación por Satélites (GLONASS) varios tipos de órbitas y, consecuentemente, los resultados finales vienen expresados en diversos marcos de referencia que dependen de la naturaleza de las efemérides adoptadas durante el procesamiento de las observaciones.

TRES SISTEMAS COORDENADOS

Describiremos a continuación los tres sistemas coordinados en uno de los cuales vienen forzosamente expresadas las coordenadas de los puntos de todo levantamiento realizado con receptores GPS y GLONASS. Hay que hacer hincapié en que los sistemas GPS y GLONASS son autónomos y cada uno de ellos tiene sus propias normas para referenciar tiempo y coordenadas. Por ejemplo, mientras el tiempo GPS está basado en UTC(USNO) el tiempo GLONASS es UTC(SU) y, además, este último corrige por “leap seconds”.

WGS84 (World Geodetic System 1984). Este es el término genérico utilizado para designar un sistema coordinado materializado y diseminado por la agencia norteamericana *National Imagery and Mapping Agency (NIMA)* dependiente del Departamento de Defensa de los EE.UU. La definición de este marco de referencia se remonta a la era DOPPLER —de ahí que en su denominación aparezca el año 1984— aunque en la actualidad está exclusivamente basado en observaciones de GPS. La solución más reciente de esta serie o secuencia de soluciones definiendo estos marcos de referencia terrestre es el denominado WGS84 (G873), época 1997.0. La letra “G”, en G873, indica que la solución sólo contiene observaciones de GPS. El número 873 hace referencia a la semana GPS en que las efemérides precisas calculadas por NIMA se distribuyeron por vez primera al público en este nuevo sistema coordinado (0^h UTC, septiembre 29, 1996). Las efemérides incluidas en el mensaje radiado por los satélites GPS se expresan también en este marco de referencia desde el 29 de enero de 1997. Previamente NIMA había usado el sistema WGS84 (G730) definido de forma similar.

ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Este es el término genérico que identifica el sistema coordinado de referencia dado a conocer por el *International Earth Rotation Service (IERS)*, (Servicio Internacional de la Rotación de la Tierra), con sede en París. Otra organización internacional, el *International GPS Service, IGS*, (Servicio Internacional de GPS), distribuye efemérides precisas de los satélites de la constelación GPS en el marco ITRF, específicamente el ITRF96, época 1997.0. El sistema coordinado ITRF96 proviene de una solución combinada que el IERS completó en 1998 y que incluye observaciones captadas por una variedad de instrumentos que usan técnicas espaciales: DORIS, GPS, SLR y VLBI. Las efemérides precisas del IGS se expresan en el sistema de referencia ITRF96, época 1997.0, desde las 0h UTC del 1 de marzo de 1998.

Muchas de las estaciones de GPS que definen el sistema coordinado ITRF96 pertenecen a la red activa del IGS que permanentemente rastrea los satélites de la constelación GPS. Las posiciones

satélites, ou seja, suas efemérides. Estes programas presumem igualmente que as coordenadas atribuídas à estação de referência, que também se fixa, se referem ao sistema de coordenadas das efemérides dos satélites.

Na atualidade existem ao alcance do usuário das técnicas GPS e do Sistema Global de Navegação por Satélites (GLONASS) vários tipos de órbitas e, em consequência, os resultados finais vêm expressos em diversos sistemas de referência que dependem da natureza das efemérides adotadas durante o processamento das observações.

TRÊS SISTEMAS DE COORDENADAS

Descreveremos a seguir os três sistemas de coordenadas num dos quais vêm forçosamente expressadas as coordenadas dos pontos de todo levantamento realizado com receptores GPS e GLONASS. Deve-se notar que os sistemas GPS e GLONASS são autônomos e que cada um deles tem suas próprias normas para referenciar tempo e coordenadas. Por exemplo, enquanto o tempo GPS está baseado em UTC(USNO) o tempo GLONASS é UTC(SU) e, além disto, este último corrige por “leap seconds”.

WGS84 (World Geodetic System 1984). Este é o termo genérico utilizado para designar um sistema de coordenadas materializado e disseminado pela agência norte-americana *National Imagery and Mapping Agency (NIMA)* dependente do Departamento de Defesa dos EUA. A definição deste sistema de referência se remonta à era DOPPLER —pelo que em sua denominação aparece o ano 1984— apesar de que na atualidade está exclusivamente baseado em observações de GPS. A solução mais recente desta série ou sequência de soluções que definem estes sistemas de referência terrestres é o denominado WGS84 (G873), da época 1997,0. A letra “G”, em G873, indica que a solução só contém observações de GPS. O número 873 faz referência à semana GPS em que as efemérides precisas calculadas pelo NIMA foram distribuídas pela primeira vez ao público neste novo sistema de coordenadas (0^h UTC, 29 de Setembro, de 1996). As efemérides incluídas na mensagem transmitida pelos satélites GPS se expressam também neste sistema de referência desde 29 de Janeiro de 1997. Antes o NIMA tinha usado o sistema WGS84 (G730) definido de forma semelhante.

ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Este é o termo genérico que identifica o sistema de referência de coordenadas divulgado pelo *International Earth Rotation Service (IERS)*, (Serviço Internacional da Rotação da Terra), com sede em Paris. Outra organização internacional, o *International GPS Service (IGS)*, (Serviço Internacional de GPS), distribui efemérides precisas dos satélites da constelação GPS no sistema ITRF, especificamente o ITRF96, da época 1997,0. O sistema de coordenadas ITRF96 provém de uma solução combinada que o IERS completou em 1998 e que inclui observações captadas por uma variedade de instrumentos que usam técnicas espaciais: DORIS, GPS, SLR e VLBI. As efemérides precisas do IGS se expressam no sistema de referência ITRF96, da época 1997,0, desde as 0 h UTC de 1 de Março de 1998.

Muitas das estações de GPS que definem o sistema de coordenadas ITRF96 pertencem à rede ativa do IGS que faz o rastreio de forma permanente dos satélites da constelação GPS. As posições

de los puntos de referencia en las antenas de estos receptores así como las de otros de características similares incluidos en la llamada red CORS (*Continuously Operating Reference Stations*) del *National Geodetic Survey (NGS)* son útiles como puntos fiduciales para calcular órbitas y para propagar coordenadas en levantamientos geodésicos de GPS. El término "estación o punto fiducial" se aplica a aquellas estaciones GPS que toman datos de forma continua y cuyos archivos digitales en RINEX2 pueden obtenerse electrónicamente a través de Internet. Generalmente, las coordenadas y velocidades de estos puntos se conocen con respecto a un marco de referencia geocéntrico rigurosamente definido y por ello sirven para propagar coordenadas a otros puntos arbitrarios usando métodos diferenciales.

PZ-90 (= PE-90, GLONASS). Las características principales de este sistema coordenado de referencia (*Parametry Zemli 1990 = Parameters of the Earth 1990*) no han sufrido cambios significativos desde 1993. Este marco de referencia se puede materializar en la práctica sólo a través de las posiciones de los satélites en las órbitas incluidas en el mensaje radiado por los satélites GLONASS. Desafortunadamente, como ocurre con el GPS, las órbitas radiales no son lo suficientemente precisas para emplearse en trabajos geodésicos de gran precisión. Ésta resulta ser, en estos momentos, la mayor limitación del sistema GLONASS cuando se lo compara al GPS: su carencia de efemérides precisas.

Aunque la tecnología GLONASS puede servir para trabajos cinematográficos e incluso topográficos —mejor aún combinada con la del GPS— hasta que el usuario internacional tenga acceso a sus efemérides precisas, no se aconseja su empleo para investigaciones científicas de alta calidad —estudios tectónicos y de movimiento de placas, geoide, etc. Precisamente se está completando el análisis de una campaña coordinada por el IGS llamada *International GLONASS Experiment (IGEX-98)* para determinar con precisión las órbitas de los satélites GLONASS. Los resultados de esta campaña, entre otras cosas, pretenden desvelar la relación exacta entre los sistemas coordinados ITRF y PZ-90.

Todos los marcos de referencia mencionados pueden considerarse geocéntricos, aunque en realidad, ésto sólo se consigue en la práctica a cierto nivel de precisión que depende primordialmente de la índole de las órbitas usadas en el procesamiento de las observaciones. Con ésto simplemente queremos puntualizar que no son marcos de referencia clásicos definidos por las coordenadas de vértices de triangulación pertenecientes a datums geodésicos que, como se sabe, pueden tener translaciones significativas de su origen con respecto al centro de masa de la Tierra.

TEORÍA

Cuando se transforman coordenadas entre sistemas terrestres geocéntricos, se debe tener presente que estos marcos de referencia están referidos a una época fija determinada. Esto es necesario ya que todos los puntos de la corteza terrestre se asientan sobre placas tectónicas que sufren movimientos constantes. Por ejemplo, en la notación habitual, el sistema coordinado ITRF yy , época t_0 , está identificado por dos variables: yy denota el año de la solución de la serie ITRF, e.g. ITRF96, y t_0 ($t_0=1997.0$) el instante o época a que se refieren los parámetros y coordenadas de su definición. Además, el sistema puede llevar asociado un campo de velocidades asignadas a todos los puntos que definen su marco de

dos pontos de referência nas antenas destes receptores assim como as de outros de características semelhantes incluídos na chamada rede CORS (*Continuously Operating Reference Stations*) do *National Geodetic Survey (NGS)* são úteis como pontos fiduciais para calcular órbitas e para propagar coordenadas em levantamentos geodésicos de GPS. O termo "estação ou ponto fiducial" se aplica àquelas estações GPS que coletam dados de forma contínua e cujos arquivos digitais em RINEX2 podem ser obtidos eletronicamente através da Internet. Em geral, as coordenadas e velocidades destes pontos se conhecem em relação a um sistema de referência geocéntrico rigorosamente definido e por isto servem para propagar coordenadas a outros pontos arbitrários usando métodos diferenciais.

PZ-90 (= PE-90, GLONASS). As características principais deste sistema de referência de coordenadas (*Parametry Zemli 1990 = Parameters of the Earth 1990*) não sofreram modificações significativas desde 1993. Este sistema de referência só pode ser materializado na prática através das posições dos satélites nas órbitas incluídas na mensagem transmitida pelos satélites GLONASS. Infelizmente, como ocorre com o GPS, as órbitas transmitidas não são suficientemente precisas para serem utilizadas em trabalhos geodésicos de grande precisão. Isto é, neste momento, a maior deficiência do sistema GLONASS quando se compara com o GPS: sua carência de efemérides precisas.

Apesar de que a tecnologia GLONASS pode servir para trabalhos cinematográficos e também topográficos —ainda melhor quando combinada com o GPS— até que o usuário internacional tenha acesso às efemérides precisas, não se aconselha sua utilização para investigações científicas de alta qualidade —estudos tectônicos e de movimento de placas, geoide, etc. Neste momento se está completando a análise de uma campanha coordenada pelo IGS chamada *International GLONASS Experiment (IGEX-98)* para determinar com precisão as órbitas dos satélites GLONASS. Os resultados desta campanha, entre outras coisas, pretendem mostrar a relação exata entre os sistemas de coordenadas ITRF e PZ-90.

Todos os sistemas de referência mencionados podem ser considerados geocéntricos, apesar de que, na realidade, isto só se consegue na prática a certo nível de precisão que depende de forma primordial da natureza das órbitas usadas no processamento das observações. Com isto apenas queremos assinalar que não são sistemas de referência clássicos definidos pelas coordenadas de vértices de triangulação pertencentes a datums geodésicos que, como se sabe, podem ter translações significativas de sua origem em relação ao centro de massa da Terra.

TEORIA

Quando se transformam coordenadas entre sistemas terrestres geocéntricos, deve-se ter presente que estes sistemas de referência estão referidos a uma época fixa determinada. Isto é necessário já que todos os pontos da crosta terrestre se assentam sobre placas tectônicas que sofrem movimentos constantes. Por exemplo, na notação habitual, o sistema de coordenadas ITRF yy , época t_0 , está identificado por duas variáveis: yy denota o ano da solução da série ITRF, e.g. ITRF96, e t_0 ($t_0=1997,0$) o instante ou época a que se referem os parâmetros e coordenadas de sua definição. Além disto, o sistema pode ter associado um campo de velocidades atribuídas a todos os pontos que definem seu sistemas de referê-

referencia que facilitan la transformación de coordenadas de una época a otra. Estas velocidades se expresan generalmente por tres componentes lineales referidas a los ejes cartesianos y convencionalmente se denotan v_x, v_y, v_z .

La transformación rigurosa de coordenadas entre dos sistemas cartesianos terrestres arbitrarios como el ITRFyy, época t_0 , y el ITRFzz, época t , designada simbólicamente por el mapeo: $\text{ITRFyy}(t_0) \rightarrow \text{ITRFzz}(t)$ se puede obtener a través de la siguiente ecuación (1) (Ver el cuadro adjunto titulado "Notación Matricial"):

$$\begin{aligned} \{x\}_{\text{ITRF}_{zz}} = & \{T_x\} + (1+s)[[\epsilon]^t + [I]] \times \\ & [[\{x\}_{\text{ITRF}_{yy}} + \{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}}(t - t_0)] + \\ & [[\dot{T}_x] + [(1+s)[\dot{\epsilon}]^t + \dot{s}[[\epsilon]^t + [I]]]\{x\}_{\text{ITRF}_{yy}}](t - t_0) \end{aligned}$$

donde (Ver Figura 1):

1) $\{Tx\}$ = coordenadas del origen del sistema ITRFyy en el sistema ITRFzz, i.e., las translaciones o desplazamientos entre los orígenes de los dos sistemas;

2) $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ = rotaciones diferenciales (expresadas en radianes), alrededor de los ejes x, y, z del sistema ITRFyy para establecer paralelismo con el sistema ITRFzz; se consideran positivas las rotaciones contrarias a las agujas del reloj cuando se ven desde el exterior de los ejes coordinados;

3) s = factor diferencial de escala (expresado en ppm $\times 10^{-6}$; ppm = partes por millón).

Las coordenadas $\{x\}$ y las velocidades $\{v_x\}$ han de tener unidades conformables. El intervalo de tiempo $t-t_0$ es generalmente expresado en años y su fracción. Observen que t puede representar el tiempo exacto en que se tomaron las observaciones ($t = 1999.3587$). En la práctica este valor se aproxima por el tiempo medio entre la primera y última observación de la sesión de GPS que se está procesando y que corresponde con la

cia e que facilitam a transformação de coordenadas de uma época para outra. Estas velocidades se expressam geralmente por três componentes lineares referidas aos eixos cartesianos e por convenção se denominam v_x, v_y, v_z .

A transformação rigorosa de coordenadas entre dois sistemas cartesianos terrestres arbitrários como o ITRFyy, época t_0 , e o ITRFzz, época t , designada simbolicamente pela relação funcional: $\text{ITRFyy}(t_0) \rightarrow \text{ITRFzz}(t)$ pode ser obtida através da seguinte equação (1) (Ver o quadro anexo intitulado "Notação Matricial"):

$$\begin{aligned} \{x\}_{\text{ITRF}_{zz}} = & \{T_x\} + (1+s)[[\epsilon]^t + [I]] \times \\ & [[\{x\}_{\text{ITRF}_{yy}} + \{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}}(t - t_0)] + \\ & [[\dot{T}_x] + [(1+s)[\dot{\epsilon}]^t + \dot{s}[[\epsilon]^t + [I]]]\{x\}_{\text{ITRF}_{yy}}](t - t_0) \end{aligned}$$

onde:

1) $\{Tx\}$ = coordenadas da origem do sistema ITRFyy no sistema ITRFzz, i.e., as translações ou deslocamentos entre as origens dos dois sistemas;

2) $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ = rotações diferenciais (expressas em radianos), em

torno dos eixos x, y, z do sistema ITRFyy para estabelecer paralelismo com o sistema ITRFzz; sendo consideradas positivas as rotações contrárias ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio quando se observam desde o exterior dos eixos coordenados;

3) s = fator diferencial de escala (expresso em ppm(10^{-6} ; ppm = partes por milhão).

As coordenadas $\{x\}$ e as velocidades $\{v_x\}$ devem ter unidades compatíveis. O intervalo de tempo $t-t_0$ é geralmente expresso em anos e sua fração. Note que t pode representar o tempo exato em que se tomaram as observações ($t = 1999,3587$). Na prática este valor é aproximado para o tempo médio entre a primeira e última observação da sessão de GPS que se está processando e que corresponde à época da órbita precisa

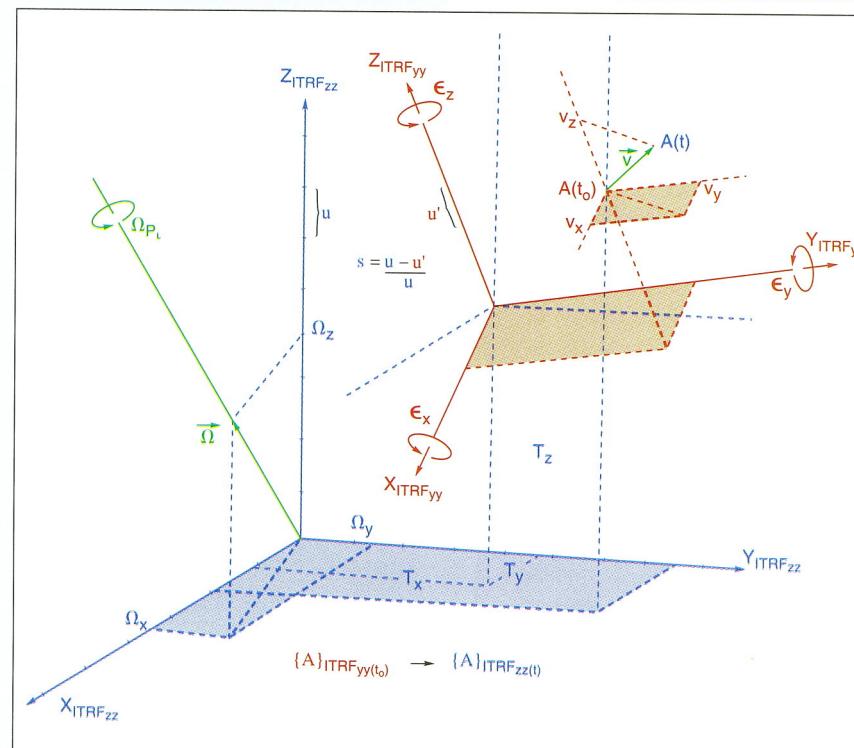


Figura 1. Transformación de coordenadas de un punto A desde el marco de referencia ITRFyy, época t_0 al marco de referencia ITRFzz, época t . Además de los siete parámetros convencionales $-T_x, T_y, T_z, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, s$ también se ha considerado el cambio de posición del punto A debido a la rotación Ω de la placa P_1 en la que se supone situado. En esta figura ITRFyy e ITRFzz representan dos marcos de referencia arbitrarios que pueden ser reemplazados, si así se prefiere, por WGS84, PZ-90, etc.

Figura 1. Transformação de coordenadas de um ponto A desde o marco de referência ITRFyy, época t_0 ao marco de referência ITRFzz, época t . Além dos sete parâmetros convencionais $-T_x, T_y, T_z, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, s$ também foi considerado a troca de posição do ponto A devido a rotação Ω da placa P_1 onde está situado. Nesta figura, ITRFyy e ITRFzz representam dois marcos de referência arbitrários que podem ser substituídos, se assim preferir, por WGS84, PZ-90, etc.

época de la órbita precisa empleada en la reducción de las observaciones.

De forma similar, la transformación rigurosa de velocidades se puede obtener a través de la siguiente ecuación (2):

$$\begin{aligned} \{v_x\}_{\text{ITRF}_{zz}} &= \left[(1+s)[\dot{\epsilon}]^t + \dot{s}[[\epsilon]^t + [I]] \right] \{x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \\ &+ (1+s)[[\epsilon]^t + [I]] \{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \end{aligned}$$

En algunas aplicaciones los valores de $\{v_x\}$ no se conocen *a priori*. Este es el caso de los puntos GPS que no forman parte de las redes de estaciones permanentes IGS o CORS. En estas situaciones, se pueden obtener aproximaciones de las velocidades usando los modelos geofísicos asociados a las placas tectónicas. Si se conocen las componentes del vector de la velocidad angular con la que gira la placa P_i , que escribiremos en forma compacta $[\Omega]_{P_i}$, entonces las componentes del vector velocidad de un punto arbitrario $\{x\}$ en el marco de referencia ITRF_{yy} se pueden obtener por medio de la ecuación (3):

$$\{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \approx [\Omega]_{P_i} \{x\}_{\text{ITRF}_{yy}}$$

Los elementos de la matriz antisimétrica $[\Omega]_{P_i}$ se requieren en radianes/año, aunque es más intuitivo visualizar las rotaciones si se expresan en milésimas de segundo sexagesimal (ms) por año. Esta ha sido la opción que se ha elegido para tabular en la Tabla 1 las componentes de la velocidad angular de uno de los modelos geofísicos mejor conocidos, el NNR-NUVEL1A. Como mínimo, la velocidad de los puntos debe aplicarse a las estaciones fiduciales antes de empezar a procesar las observaciones de GPS o GLONASS. Con esta medida se traería la posición espacial de estas estaciones de control lo más cerca posible a su localización espacial actual con respecto al marco de referencia de las efemérides de los satélites. Hay que ser consistentes y asignar a los puntos fiduciales coordenadas referidas al sistema coordinado de las efemérides satelitales que es el marco de referencia en que se van a

Tabla 1. Componentes del vector de rotación angular de las placas tectónicas de acuerdo al modelo NNR-NUVEL1A

| | Ω_x ms/año | Ω_y ms/año | Ω_z ms/año |
|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| África | 0.1837 | -0.6392 | 0.8090 |
| América del Norte | 0.0532 | -0.7423 | -0.0316 |
| América del Sur | -0.2141 | -0.3125 | -0.1794 |
| Antártida | -0.1693 | -0.3508 | 0.7644 |
| Arabia | 1.3789 | -0.1075 | 1.3943 |
| Australia | 1.6169 | 1.0569 | 1.2957 |
| Caribe | -0.0367 | -0.6982 | 0.3261 |
| Cocos | -2.1503 | -4.4563 | 2.2534 |
| Eurásia | -0.2023 | -0.4940 | 0.6503 |
| Filipinas | 2.0812 | -1.4768 | -1.9946 |
| India | 1.3758 | 0.0082 | 1.4005 |
| Nazca | -0.3160 | -1.7691 | 1.9820 |
| Pacífico | -0.3115 | 0.9983 | -2.0564 |

NOTAS. - ms = milésimas de segundo sexagesimal. Esta tabla está basada en los valores publicados en [McCarthy, 1996].

empregada na redução das observações.

De forma semelhante, a transformação rigorosa de velocidades pode ser obtida através da seguinte equação (2):

$$\begin{aligned} \{v_x\}_{\text{ITRF}_{zz}} &= \left[(1+s)[\dot{\epsilon}]^t + \dot{s}[[\epsilon]^t + [I]] \right] \{x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \\ &+ (1+s)[[\epsilon]^t + [I]] \{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \end{aligned}$$

Em algumas aplicações os valores de $\{v_x\}$ não são conhecidos no início. Este é o caso dos pontos GPS que não fazem parte das redes de estações permanentes IGS ou CORS. Nestas situações, podem ser obtidas aproximações das velocidades usando os modelos geofísicos associados às placas tectônicas. Se são conhecidas as componentes do vetor da velocidade angular com que gira a placa P_i , que escreveremos em forma compacta $[\Omega]_{P_i}$, então as componentes do vetor velocidade de um ponto arbitrário $\{x\}$ no sistema de referência ITRF_{yy} podem ser obtidas por intermédio da equação (3):

$$\{v_x\}_{\text{ITRF}_{yy}} \approx [\Omega]_{P_i} \{x\}_{\text{ITRF}_{yy}}$$

Os elementos da matriz anti-simétrica $[\Omega]_{P_i}$ são requeridos em radianos/año, apesar de que é mais intuitivo visualizar as rotações quando expressas em milésimos de segundo sexagesimal (ms) por año. Esta foi a opção escolhida para apresentar na Tabela 1 as componentes da velocidade angular de um dos modelos geofísicos mais conhecidos, o NNR-NUVEL1A. No mínimo, a velocidade dos pontos devem ser aplicadas às estações fiduciais antes de começar a processar as observações de GPS ou GLONASS. Com esta medida a posição espacial destas estações de controle seria trazida o mais perto possível de sua localização espacial atual em relação ao sistema de referência das efemérides dos satélites. É necessário ser consistente e atribuir aos pontos fiduciais coordenadas referidas ao sistema de coordenadas das efemérides de satélite que é o sistema de referência em que se vão obter os resultados finais.

Tabela 1. Componentes do vetor de rotação angular das placas tectônicas de acordo com o modelo NNR-NUVEL1A.

| | Ω_x ms/año | Ω_y ms/año | Ω_z ms/año |
|------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| África | 0,1837 | -0,6392 | 0,8090 |
| América do Norte | 0,0532 | -0,7423 | -0,0316 |
| América do Sul | -0,2141 | -0,3125 | -0,1794 |
| Antártida | -0,1693 | -0,3508 | 0,7644 |
| Arábia | 1,3789 | -0,1075 | 1,3943 |
| Austrália | 1,6169 | 1,0569 | 1,2957 |
| Caribe | -0,0367 | -0,6982 | 0,3261 |
| Cocos | -2,1503 | -4,4563 | 2,2534 |
| Eurásia | -0,2023 | -0,4940 | 0,6503 |
| Filipinas | 2,0812 | -1,4768 | -1,9946 |
| Índia | 1,3758 | 0,0082 | 1,4005 |
| Nazca | -0,3160 | -1,7691 | 1,9820 |
| Pacífico | -0,3115 | 0,9983 | -2,0564 |

NOTAS. ms é milésimos de segundo sexagesimal. Esta tabela está baseada nos valores publicados em [McCarthy, 1996].

obtener los resultados finales.

Como se sabe, los sistemas cartesianos definidos por las coordenadas asociadas a datums clásicos no están referidos a un marco coordenado con origen en el geocentro. Esto implica que, si incorporamos esas coordenadas como punto de partida en el procesamiento de levantamientos GPS, introduciremos errores en los resultados a obtener ya que existen diferencias notables entre las definiciones de un datum no geocéntrico y un marco de referencia satelital.

Antiguamente era imposible establecer con exactitud marcos de referencia geocéntricos. Con la llegada del GPS este problema ha sido ampliamente superado. La cuestión radica, pues, en elegir el sistema más geocéntrico posible que sea coherente con las observaciones GPS; para trabajos de postprocesamiento estáticos se deben usar las mejores efemérides a nuestro alcance, con mayor razón si cabe, cuando éstas son fáciles de obtener y se invierte el mismo tiempo en el procesamiento de los datos. Al fin y a la postre, es conveniente utilizar un sistema común de coordenadas para todas las aplicaciones GPS que sea lo más asequible y riguroso posible. ¿Y cuál sería este sistema de referencia idóneo? De los tres mencionados anteriormente, la serie ITRF aparenta ser el más popular por las razones que a continuación indicamos:

1. El sistema ITRF96 tiene una definición más rigurosa y con él se pueden conseguir las máximas exactitudes si el procesamiento se complementa con el empleo de las efemérides precisas distribuidas por el IGS. Este marco de referencia está definido por un total de 521 estaciones fiduciales que supera ampliamente al que define el WGS84 (G873) y PZ-90; además, las coordenadas de todos estos puntos han sido determinadas usando una combinación de metodologías y técnicas espaciales modernas. Por si fuera poco, todos los puntos que definen los sistemas ITRF llevan asociadas una velocidad v , por regla general, las coordenadas y velocidades del ITRF se actualizan aproximadamente cada año introduciéndose pequeñas correcciones que perpetúan la estabilidad de su definición.

2. El marco de referencia ITRF está difundido por un organismo internacional (el IERS) que incluye la cooperación y participación de muchas instituciones científicas y centros de investigación espardidos por todo el mundo.

3. Las efemérides precisas referidas al sistema ITRF96 se conocen con gran exactitud y reciben el escrutinio de la comunidad científica internacional. Su calidad está ampliamente probada y han pasado a ser la herramienta obligada en todo tipo de procesamiento de GPS que requiera alta precisión: trabajos geodésicos, estudios de los movimientos de la corteza terrestre, perfeccionamiento de geoides globales y locales, etc. En contraste, los sistemas de referencia WGS84 y PZ-90 se desarrollaron con la mente puesta en sus usos militares y no disponen de tantas estaciones de rastreo repartidas globalmente, con lo cual las órbitas precisas conocidas en estos marcos de referencia no son tan fiables. Con todo ello, se debe enfatizar que tanto el WGS84 como el PZ-90 son los únicos sistemas coordenados accesibles cuando en el campo se realizan observaciones cinemáticas en tiempo real.

En resumen, todos los trabajos de GPS deben referirse al marco de referencia implícito en las efemérides usadas en el procesamiento de los datos. La época debe ser la época media de la sesión de observación. Precisamente en este sistema coordinado y

Como se sabe, os sistemas cartesianos definidos pelas coordenadas associadas a datums clássicos não estão referidos a um sistema coordenado com origem no geocentro. Isto implica que, se incorporamos estas coordenadas como ponto de partida no processamento de levantamentos GPS, introduziremos erros nos resultados a serem obtidos já que existem diferenças notáveis entre as definições de um datum não geocéntrico e um sistema de referência de satélite. Antigamente era impossível estabelecer com exatidão sistemas de referência geocéntricos. Com a chegada do GPS este problema foi amplamente superado. A questão se baseia, portanto, em escolher o sistema mais geocéntrico possível que seja coerente com as observações GPS; para trabalhos de pós-processamento estático devem ser usadas as melhores efemérides ao nosso alcance, ainda por cima, quando estas são fáceis de obter e se emprega o mesmo tempo no processamento dos dados. Ao final e por último, é conveniente utilizar um sistema comum de coordenadas para todas as aplicações GPS que seja o mais exequível e ri-goroso possível. E qual seria este sistema de referência idóneo? Dos três mencionados anteriormente, o da série ITRF aparenta ser o mais popular pelas razões que a seguir indicamos:

1. O sistema ITRF96 tem uma definição mais rigorosa e com ele se podem conseguir as máximas precisões se o processamento se complementa com a utilização das efemérides precisas distribuídas pelo IGS. Este sistema de referência está definido por um total de 521 estações fiduciais que supera ampliamente o que define o WGS84 (G873) e PZ-90; além disto, as coordenadas de todos estes pontos foram determinadas usando uma combinação de metodologias e técnicas espaciais modernas. E como se fosse pouco, todos os pontos que os sistemas ITRF definem têm uma velocidade associada v , como regra geral, as coordenadas e velocidades do ITRF são atualizadas aproximadamente a cada ano sendo introduzidas pequenas correções que perpetuam a estabilidade de sua definição.

2. O sistema de referência ITRF está difundido por um organismo internacional (o IERS) que inclui a cooperação e participação de muitas instituições científicas e centros de pesquisa espalhados por todo o mundo.

3. As efemérides precisas referidas ao sistema ITRF96 são conhecidas com grande exatidão e recebem a avaliação da comunidade científica internacional. Sua qualidade está amplamente provada e passaram a ser a ferramenta obrigatória em todo tipo de processamento de GPS que necessite de alta precisão: trabalhos geodésicos, estudos dos movimentos da crosta terrestre, aperfeiçoamento de geoides globais e locais, etc. Em contraste, os sistemas de referência WGS84 e PZ-90 foram desenvolvidos pensando em seus usos militares e não dispõem de tantas estações de rastreamento espalhadas globalmente com o que as órbitas precisas conhecidas nestes sistemas de referência não são tão confiáveis. Com tudo isto, deve-se enfatizar que tanto o WGS84 quanto o PZ-90 são os únicos sistemas de coordenadas acessíveis quando se realizam observações cinemáticas em tempo real no campo.

Em resumo, todos os trabalhos de GPS devem se referir ao sistema de referência implícito nas efemérides usadas no processamento dos dados. A época deve ser a época média da sessão de observação. É precisamente neste sistema de coordenadas e época que se devem arquivar os vetores GPS ou as coordenadas processadas nos levantamentos geodésicos de alta precisão. Para

época se deben archivar los vectores GPS o las coordenadas procedidas en los levantamientos geodésicos de alta precisión. Para comparar resultados (por ejemplo coordenadas) habría que transformarlos a un sistema coordenado y época común. Por lo tanto, aunque uno esté operando en un datum local, todos los cálculos deben realizarse primero en el sistema ITRF consistente con las efemérides y la época de las observaciones para concluir, si así se prefiere, con una transformación final al datum local. Resumiendo, las transformaciones rigurosas de coordenadas no deben olvidar las velocidades de los puntos en cuestión ya que sirven para pasar de una época a otra con tal de corregir el efecto causado por la rotación de las placas tectónicas.

PARÁMETROS DE TRANSFORMACIÓN

Para darnos una idea clara de las diferencias que existen entre los tres marcos de referencia geocéntricos descritos anteriormente, presentamos en la Tabla 2 siete de los parámetros requeridos para transformar coordenadas entre ellos de acuerdo a ecuaciones del tipo (1). Estos parámetros fueron obtenidos por distintos investigadores a través de observaciones simultáneas que se procesaron usando las efemérides precisas de los satélites GPS o GLONASS. Las transformaciones tabuladas contienen los parámetros más recientes que se han publicado, siendo pues, los mejores valores de transformación conocidos hasta la fecha (marzo 1999).

Los valores de la transformación entre el PZ-90 y el ITRF se determinaron comparando las coordenadas absolutas de ocho puntos comunes a los dos sistemas. Con toda seguridad estos parámetros se podrán conseguir con más exactitud una vez que concluya la campaña IGEX-98. Por otra parte, los parámetros entre WGS (G730) e ITRF92 se obtuvieron comparando las coordenadas de diez estaciones mientras que en la determinación de los parámetros de la transformación entre los sistemas de referencia ITRF96 y WGS84 (G873) el número de estaciones se incrementó a 17.

Así pues, y debido a las grandes precisiones que se pueden conseguir con los receptores GPS actuales, cuando se investigan transformaciones entre marcos coordenados de referencia, es imprescindible especificar la época de las coordenadas de los puntos empleados en la determinación de sus parámetros. Esta necesidad se extiende a los marcos de referencia que definen los datums geocéntricos continentales modernos e incluso a los sistemas adoptados por países individuales para referenciar su cartografía nacional.

Un ejemplo reciente es el caso del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) de México que para renovar toda la cartografía del país adoptó un sistema de referencia basado en el sistema ITRF92 y en la época 1988,0. Com esta medida los nuevos mapas topográficos mexicanos están referidos a

comparar resultados (por ejemplo coordenadas) sería necesario transformá-los para um sistema de coordenadas e época comuns. Portanto, ainda que se esteja operando num datum local, todos os cálculos devem ser realizados primeiro no sistema ITRF consistente com as efemérides e à época das observações para concluir, se assim se prefere, com uma transformação final para o datum local. Resumindo, as transformações rigorosas de coordenadas não devem esquecer as velocidades dos pontos em questão já que servem para passar de uma época para outra com o fim de corrigir o efeito causado pela rotação das placas tectônicas.

PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

Para dar uma idéia clara das diferenças que existem entre os três sistemas de referência geocéntricos descritos anteriormente, apresentamos na Tabela 2 sete dos parâmetros requeridos para transformar coordenadas entre eles de acordo com equações do tipo (1). Estes parâmetros foram obtidos por diversos pesquisadores através de observações simultâneas processadas usando as efemérides precisas dos satélites GPS ou GLONASS. As transformações da tabela contêm os parâmetros mais recentes que foram publicados sendo, por isto, os melhores valores de transformação conhecidos até a presente data (março de 1999).

Os valores da transformação entre o PZ-90 e o ITRF foram determinados comparando as coordenadas absolutas de oito pontos comuns aos dois sistemas. Com toda a certeza estes parâmetros poderão ser obtidos com mais exatidão uma vez concluída a campanha IGEX-98. Por outro lado, os parâmetros entre WGS (G730) e ITRF92 foram obtidos comparando as coordenadas de dez estações, enquanto que na determinação dos parâmetros da transformação entre os sistemas de referência ITRF96 e WGS84 (G873) o número de estações foi incrementado para 17.

Em consequência, e devido às grandes precisões que podem ser conseguidas com os receptores GPS atuais, quando se investigam transformações entre sistemas coordenados de referência é imprescindível especificar a época das coordenadas dos pontos empregados na determinação de seus parâmetros. Esta necessidade se estende aos sistemas de referência que definem os datums geocéntricos continentais modernos e também aos sistemas adotados por países individuais para referenciar sua cartografia nacional. Um exemplo recente é o caso do Instituto Nacional de Estadística, Geografia e Informática (INEGI) do México que para renovar toda a cartografia do país adotou um sistema de referência baseado no sistema ITRF92 e na época 1988,0. Com esta medida os novos mapas topográficos mexicanos estão referidos a

Tabla 2. Parámetros de transformación entre varios sistemas coordinados geocéntricos.

| Sistemas transformados | T_x cm | T_y cm | T_z cm | ϵ_x ms | ϵ_y ms | ϵ_z ms | s ppb |
|---|-------------|-------------|-------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------|
| PZ-90 → WGS84 (G873) ⁽¹⁾ | -108.0 | -27.0 | -90.0 | 0.0 | 0.0 | -160.0 | -120.0 |
| WGS84 (G730) → ITRF92 ⁽²⁾ | -0.9 | 0.8 | -2.3 | -3.6 | 0.6 | 3.1 | 7.6 |
| ITRF92 → ITRF94 = ITRF96 ⁽³⁾ | -0.8 | -0.2 | 0.8 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.8 |
| ITRF96 → WGS84 (G873) ⁽⁴⁾ | -9.6 | -6.0 | -4.4 | 2.2 | 0.1 | -1.1 | 14.3 |

NOTAS: ms = milésimas de segundo sexagesimal; ppb = partes por billón = 10^{-3} ppm. ⁽¹⁾época ~1997.0 [Bazlov et al., 1999]; ⁽²⁾época 1994.3 [Malys y Slater, 1994]; ⁽³⁾época 1988.0 [Boucher y Altamimi, 1996]; ⁽⁴⁾época 1997.0 [Malys et al., 1997].

NOTAS: ms = milésimos de segundo sexagesimal; ppb = partes por milhares de milhões = 10^{-3} ppm. ⁽¹⁾época de 1997,0 [Bazlov et al., 1999]; ⁽²⁾época de 1994,3 [Malys e Slater, 1994]; ⁽³⁾época de 1988,0 [Boucher e Altamimi, 1996]; ⁽⁴⁾época de 1997,0 [Malys et al., 1997].

tica, Geografía e Informática (INEGI) de México que, para remozar toda la cartografía del país, adoptó un sistema de referencia basado en el marco ITRF92 y la época 1988.0. Con esta medida los nuevos mapas topográficos mexicanos están referidos a un marco coordenado geocéntrico totalmente independiente del llamado datum norteamericano NAD 83 (North American Datum 1983) que, por cierto, en su última versión acaba de adoptarse la época de referencia 1997.0. Como se sabe, y a modo de ejemplo, se puede mencionar que los países integrantes del datum europeo eligieron el ITRF89 y la época 1989.0, y los países sudamericanos, gracias al proyecto SIRGAS, unificaron su datum adoptando el ITRF94, época 1995.4.

Entonces, incluso las transformaciones entre datums continentales geocéntricos modernos requieren la aplicación de ecuaciones del tipo (1) y (2) cuando se desea obtener la máxima exactitud en los resultados. Las velocidades de las estaciones involucradas en proyectos de GPS, si no se conocen a ultranza porque no se observaron directamente, se pueden aproximar usando la ecuación (3) y las velocidades angulares del modelo geofísico presentado en la Tabla 1.

CONCLUSIONES

Este artículo ha descrito brevemente la importancia de considerar épocas y velocidades de los puntos observados con receptores GPS cuando se pretende conseguir transformaciones rigurosas entre marcos coordenados geocéntricos de referencia. Estos procedimientos deben ser también implementados cuando las coordenadas resultantes de un procesamiento con GPS se quieren expresar en un datum continental moderno.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo tuvo su génesis en una ponencia presentada en el II Maratón GPS celebrado en Madrid, 16-17/XI/1998. Mi agradecimiento se hace extensivo a D. Francisco Mier, promotor y anfitrión de dicho simposio. ♦

NOTACIÓN MATRICIAL

En este trabajo se ha usado una notación matricial muy común en libros de texto de ingeniería especialmente cuando se desarrolla la teoría de elementos finitos. Los beneficios del cálculo matricial, cuando se compara al vectorial o tensorial son evidentes ya que las ecuaciones disponibles en la mayoría de paquetes de software usan el álgebra matricial.

Todas las ecuaciones descritas aquí están dadas en el espacio R^3 de nuestra experiencia habitual y son consistentes con sistemas coordenados tridimensionales destrógiros. Las coordenadas de un punto en el sistema coordenado A se representan en forma matricial por el vector $\{x\}_A = \{x \ y \ z\}_A^t$ donde la t indica la operación transpuesta; de forma equivalente $\{x\}_A^t = \{x \ y \ z\}_A$. Se debe enfatizar que en esta notación abreviada sólo la primera componente de la terna vectorial aparece escrita explícitamente. Así, por ejemplo, $\{T_x\} = \{T_x \ T_y \ T_z\}_A^t$ y similarmente $\{v_x\} = \{v_x \ v_y \ v_z\}_A^t$.

Las matrices de dimensión 3×3 se representan siempre entre corchetes. Así, la matriz unidad se escribirá $[I]$. La siguiente notación compacta se usa para denotar matrices antisimétricas de orden 3×3 :

um sistema coordenado geocêntrico totalmente independente do chamado datum norte-americano NAD 83 (North American Datum 1983) que, por certo, em sua última versão adota a época de referência 1997.0. Como se sabe, e a título de exemplo, pode-se mencionar que os países integrantes do datum europeu escolheram o ITRF89 e a época 1989.0, e os países sul-americanos, graças ao projeto SIRGAS, unificaram seu datum adotando o ITRF94, época 1995.4.

Então, mesmo as transformações entre datums continentais geocéntricos modernos requerem a aplicação de equações do tipo (1) e (2) quando se deseja obter a máxima precisão nos resultados. As velocidades das estações envolvidas em projetos de GPS, se não são conhecidas a fundo porque não foram observadas diretamente, podem ser aproximadas usando a equação (3) e as velocidades angulares do modelo geofísico apresentado na Tabela 1.

CONCLUSÕES

Este artigo descreve de forma breve a importância de se considerar épocas e velocidades dos pontos observados com receptores GPS quando se pretende conseguir transformações rigorosas entre sistemas coordenados geocéntricos de referência. Estes procedimentos devem ser também implementados quando se deseja expressar as coordenadas resultantes de um processamento com GPS num datum continental moderno.

AGRADECIMENTO

Este trabalho teve seu gênesis numa conferência realizada no II Maratón GPS celebrado em Madri, 16-17/XI/1998. Expresso meu agradecimento a D. Francisco Mier, promotor e anfitrião do referido simpósio. ♦

NOTAÇÃO MATRICIAL

Neste trabalho foi usada uma notação matricial muito comum em livros texto de engenharia, especialmente quando se desenvolve a teoria de elementos finitos. Os benefícios do cálculo matricial, quando se compara com o vetorial ou tensorial, são evidentes já que as equações disponíveis na maioria dos pacotes de software usam a álgebra matricial.

Todas as equações aqui descritas estão dadas no espaço R^3 de nossa experiência habitual e são consistentes com sistemas de coordenadas tridimensionais destrógiros. As coordenadas de um ponto no sistema de coordenadas A são representadas em forma matricial pelo vetor $\{x\}_A = \{x \ y \ z\}_A^t$ onde a letra t indica a operação transposta; de forma equivalente $\{x\}_A^t = \{x \ y \ z\}_A$. Deve-se realçar que nesta notação abreviada só aparece escrita explicitamente a primeira componente do terno vetorial. Assim, por exemplo, $\{T_x\} = \{T_x \ T_y \ T_z\}_A^t$ e da mesma forma $\{v_x\} = \{v_x \ v_y \ v_z\}_A^t$.

As matrizes de dimensão 3×3 são representadas sempre entre colchetes. Assim, a matriz unidade se escreverá $[I]$. A seguinte notação compacta se usa para denotar matrizes anti-simétricas de ordem 3×3 :

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

y de acuerdo a las definiciones conocidas de matriz álgebra:

$$[\Omega]^t = -[\Omega]$$

La misma lógica se aplica a la matriz antisimétrica $[\epsilon]$. Finalmente, las derivadas con respecto al tiempo se escriben en la forma habitual: $\dot{T}_x = dT_x/dt$.

LECTURAS ADICIONALES

- ◆ Y.A. Bazlov, V.F. Galazin, B.L. Kaplan, V.G. Maksimov, and V.P. Rogozin. 1999. GLONASS to GPS: A new coordinate transformation, *GPS World*, 10(1), 54+.
- ◆ C. Boucher, y Z. Altamimi. 1996. International Terrestrial Reference Frame, *GPS World*, 7(9), 71-74.
- ◆ W. Featherstone, and R.B. Langley. 1997. Coordinates and datums and maps! Oh my! *GPS World*, 8(1), 34+.
- ◆ J. Kouba, Y. Mireault, G. Beutler, T. Springer, y G. Gendt. 1998. A discussion of IGS solutions and their impact on geodetic and geophysical applications, *GPS Solutions*, 2(2), 3-15.
- ◆ S. Malys, J.A. Slater. 1994. Maintenance and enhancement of the World Geodetic System 1984, Proc. ION GPS-94, 7th Int. Tech. Meeting of The Institute of navigation, Salt Lake City, UT, 1994, 17-24, The Institute of Navigation, Alexandria, VA.
- ◆ S. Malys, y J.A. Slater, R.W. Smith, L.E. Kunz, y S.C. Kenyon. 1997. Refinements to the World Geodetic System 1984, Proc. 10th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Kansas City, MO, 1997, 841-850, The Institute of Navigation, Alexandria, VA.
- ◆ D. McCarthy, (Ed). 1996. IERS Technical Note 21, Observatoire de Paris, Francia.
- ◆ P. Sillard, Z. Altamimi, y C. Boucher. 1998. The ITRF96 realization and its associated velocity field, *Geophys. Res. Lett.*, 25(17), 3223-3226.
- ◆ T. Soler, 1998. A compendium of transformation formulas useful in GPS work, *J. Geod.*, 72(7/8), 482-490.

Las siguientes páginas de la web dan información suplementaria en inglés sobre los sistemas coordenados descritos en este trabajo:

WGS84:

[<http://164.214.2.59/GandG/tr8350.2/wgs84rpt.pdf>](http://164.214.2.59/GandG/tr8350.2/wgs84rpt.pdf)

ITRF96:

[<http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/itrf96.html>](http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/itrf96.html)

GPS/GLONASS:

[<http://www.ion.org/workgroup.html>](http://www.ion.org/workgroup.html)

e de acuerdo com as definições conhecidas da álgebra matricial:

$$[\Omega]^t = -[\Omega]$$

A mesma lógica se aplica à matriz anti-simétrica $[\epsilon]$. Finalmente, as derivadas em relação ao tempo são escritas na forma habitual: $\dot{T}_x = dT_x/dt$.

LEITURAS ADICIONAIS

- ◆ E.A. Bazlov, V.F. Galazin, B.L. Kaplan, V.G. Maksimov, and V.P. Rogozin. 1999. GLONASS to GPS: A new coordinate transformation, *GPS World*, 10(1), 54+.
- ◆ C. Boucher, e Z. Altamimi. 1996. International Terrestrial Reference Frame, *GPS World*, 7(9), 71-74.
- ◆ W. Featherstone, and R.B. Langley. 1997. Coordinates and datums and maps! Oh my! *GPS World*, 8(1), 34+.
- ◆ J. Kouba, E. Mireault, G. Beutler, T. Springer, e G. Gendt. 1998. A discussion of IGS solutions and their impact on geodetic and geophysical applications, *GPS Solutions*, 2(2), 3-15.
- ◆ S. Malys, J.A. Slater. 1994. Maintenance and enhancement of the World Geodetic System 1984, Proc. ION GPS-94, 7th Int. Tech. Meeting of The Institute of navigation, Salt Lake City, UT, 1994, 17-24, The Institute of Navigation, Alexandria, VA, EUA.
- ◆ S. Malys, e J.A. Slater, R.W. Smith, L.E. Kunz, e S.C. Kenyon. 1997. Refinements to the World Geodetic System 1984, Proc. 10th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Kansas City, MO, 1997, 841-850, The Institute of Navigation, Alexandria, VA, EUA.
- ◆ D. McCarthy, (Ed). 1996. IERS Technical Note 21, Observatoire de Paris, França.
- ◆ P. Sillard, Z. Altamimi, e C. Boucher. 1998. The ITRF96 realization and its associated velocity field, *Geophys. Res. Lett.*, 25(17), 3223-3226.
- ◆ T. Soler, 1998. A compendium of transformation formulas useful in GPS work, *J. Geod.*, 72(7/8), 482-490.

As seguintes páginas da web dão informação suplementar em inglês sobre os sistemas de coordenadas descritos neste trabalho:

WGS84:

[<http://164.214.2.59/GandG/tr8350.2/wgs84rpt.pdf>](http://164.214.2.59/GandG/tr8350.2/wgs84rpt.pdf)

ITRF96:

[<http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/itrf96.html>](http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/itrf96.html)

GPS/GLONASS:

[<http://www.ion.org/workgroup.html>](http://www.ion.org/workgroup.html)